

Esercizio risolto: lunghezze in proiezione ortografica

Problema: Data questa foto aerea/satellitare della Torre Eiffel, conoscendone l'altezza complessiva, ricavare l'altezza delle due piattaforme intermedie. Ipotizzare che possano essere ignorati gli effetti prospettici (proiezione ortografica), dal momento che il centro ottico è molto lontano dalla scena, relativamente alle lunghezze coinvolte.

Soluzione: Ignorando gli effetti prospettici, i rapporti tra distanze lungo una retta si mantengono. Si consideri la linea che, dall'apice, cade verticalmente fino alla base. Oltre all'apice della torre, si può indentificarne un secondo punto nell'immagine tracciando le diagonali del quadrato di base, e prendendo la loro intersezione. Questa è la proiezione del centro della base (vale anche in prospettiva). Ora basta trovare gli altri due punti appartenenti a tale segmento ottenuti come intersezione delle diagonali delle due piattaforme. Le lunghezze ottenute sono direttamente proporzionali tra di loro.

Questa costruzione richiede che il piano immagine sia orizzontale? No; anzi, in un'immagine ottenuta tramite isometria, se il piano immagine fosse orizzontale le rette verticali collaserebbero in un punto.

Dal momento che l'immagine in realtà è ripresa da una normale telecamera prospettica, possiamo intuire che il piano immagine di tale telecamera non fosse orizzontale? No: in un'immagine prospettica, non è detto che se una retta è perpendicolare al piano immagine la sua immagine sia un punto; questo avviene solo per la retta che contiene il centro ottico. In realtà questa immagine è una piccola sezione di una fotografia molto più grande: il centro ottico non si proietta sul centro dell'immagine, ma molto al di fuori dell'immagine stessa.

Se non si potessero ignorare gli effetti prospettici, si potrebbe comunque risolvere il problema con questi dati? No, dal momento che i rapporti tra le lunghezze sulla linea verticale non si manterrebbero dalla scena all'immagine; basterebbe però conoscere anche l'altezza di una delle due piattaforme, oppure poter vedere un'altra linea verticale e trovare così il punto di fuga verticale. In entrambi i casi, sarebbe poi possibile applicare il birapporto per trovare le lunghezze ancora ignote.